

1 লগারিদম

$a^x = M$ ($a > 0, M > 0, a \neq 1$) হলে, x (অর্থাৎ ঘাতের সূচক বা index)-কে a নিধান (base)-এর সাপেক্ষে M সংখ্যাটির লগারিদম (logarithm) বলে এবং সেটিকে $x = \log_a M$ আকারে প্রকাশ করা হয়।

অর্থাৎ $a^x = M$ হলে, $x = \log_a M$ এবং বিপরীত ক্রমে $x = \log_a M$ হলে, $a^x = M$ হবে।

উদাহরণ: ① $2^3 = 8$ হলে, $\log_2 8 = 3$ ② $3^{-2} = \frac{1}{9}$ হলে, $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right) = -2$

③ $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0.001$ হলে, $\log_{10} 0.001 = -3$

লগারিদম-সম্বন্ধীয় কয়েকটি প্রয়োজনীয় তথ্য: [1] নিধানের উল্লেখ না থাকলে লগারিদম সম্পূর্ণ অর্থহীন। [2] ভিন্ন ভিন্ন নিধানের সাপেক্ষে একই সংখ্যার লগারিদমের মান ভিন্ন হবে। [3] ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদমের মান অবাস্তব হবে। [4] ধনাত্মক কোনো নিধান a ($a \neq 1$)-এর সাপেক্ষে 1-এর লগারিদমের মান শূন্য হবে; অর্থাৎ $\log_a 1 = 0$ । [5] যদি নিধান ($\neq 1$) ও সংখ্যা উভয়ই ধনাত্মক ও সমান হয়, তবে সংখ্যাটির লগারিদমের মান 1 হবে; অর্থাৎ $\log_a a = 1$ ।

2 লগারিদমের সাধারণ সূত্রসমূহ

$M, N, a, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$ এবং n যে-কোনো বাস্তব সংখ্যা হলে,

সূত্র [1] $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$

উদাহরণ: $\log_2 (3 \cdot 5) = \log_2 3 + \log_2 5$

সূত্র [3] $\log_a (M^n) = n \log_a M$

উদাহরণ: $\log_2 (5^3) = 3 \log_2 5$; $\log_5 (3^7) = 7 \log_5 3$

সূত্র [5] $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a} = \log_b M \times \log_a b$

উদাহরণ: $\log_2 3 = \frac{\log_5 3}{\log_5 2} = \log_5 3 \times \log_2 5$

সূত্র [7] $a^{\log_a M} = M$

উদাহরণ: $2^{\log_2 3} = 3$; $5^{\log_5 2} = 2$

সূত্র [9] $\log_a 1 = 0$

উদাহরণ: $\log_2 1 = 0$; $\log_5 1 = 0$

সূত্র [11] $\log_{(b^\beta)} a^\alpha = \frac{\alpha}{\beta} \log_b a$

উদাহরণ: $\log_{(5^7)} (2^3) = \frac{3}{7} \log_5 2$

সূত্র [2] $\log_a \left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$

উদাহরণ: $\log_2 \left(\frac{3}{5}\right) = \log_2 3 - \log_2 5$

সূত্র [4] $\log_a M = \frac{1}{\log_M a}$

উদাহরণ: $\log_2 3 = \frac{1}{\log_3 2}$; $\log_7 5 = \frac{1}{\log_5 7}$

সূত্র [6] $\log_b a \times \log_a b = 1$

উদাহরণ: $\log_3 2 \times \log_2 3 = 1$; $\log_7 5 \times \log_5 7 = 1$

সূত্র [8] $a^{\log_b M} = M^{\log_b a}$

উদাহরণ: $2^{\log_5 3} = 3^{\log_5 2}$; $5^{\log_3 2} = 2^{\log_3 5}$

সূত্র [10] $\log_a a = 1$

উদাহরণ: $\log_2 2 = 1$; $\log_3 3 = 1$



3 a^b আকারের সংখ্যার (যেখানে $a > 0$, $b > 0$) অঙ্ক-সংখ্যা নির্ণয়

পদ্ধতি: কোনো সংখ্যার লগারিদম-এর দুটি অংশ থাকে—একটি অংশ অখণ্ড সংখ্যা; অন্যটি ভগ্নাংশ।

কোনো একটি অখণ্ড সংখ্যার অঙ্ক-সংখ্যা = (10 নিধানের সাপেক্ষে ওই সংখ্যাটির লগারিদম-এর অখণ্ড অংশের অঙ্ক) + 1

উদাহরণ: ① $\log(20) = 1.301029$ (প্রায়)

$\therefore 20$ -এর অঙ্ক-সংখ্যা = $\log(20)$ -এর অখণ্ড অংশের অঙ্ক + 1 = 1 + 1 = 2।

② $\log(10000) = \log(10^4) = 4 \log 10 = 4$

$\therefore 10000$ -এর অঙ্ক-সংখ্যা = $\log(10000)$ -এর অখণ্ড অংশের অঙ্ক + 1 = 4 + 1 = 5।

③ $\log(3)^{15} = 15 \log 3 = 15 \times 0.4771 = 7.1565$

$\therefore 3^{15}$ -এর অঙ্ক-সংখ্যা = $\log(3^{15})$ -এর অখণ্ড অংশের অঙ্ক + 1 = 7 + 1 = 8।

SOLVED PROBLEMS



প্রশ্ন 1 5 নিধানের সাপেক্ষে 3125-এর লগারিদম কত?

সমাধান: $\log_5 3125 = \log_5(5)^5 = 5 \log_5 5$ [সূত্র 3 থেকে]
 $= 5 \times 1$ [সূত্র 10 থেকে]
 $= 5$

প্রশ্ন 2 4 নিধানের সাপেক্ষে 2^{-16} -এর লগারিদম কত?

সমাধান: $\log_4(2^{-16}) = \log_4(4)^{-8} = -8 \log_4 4$
[সূত্র 3 থেকে]
 $= -8 \times 1$ [সূত্র 10 থেকে]
 $= -8$

প্রশ্ন 3 $\sqrt[3]{7}$ নিধানের সাপেক্ষে 343-এর লগারিদম কত?

সমাধান: $\log_{\sqrt[3]{7}} 343 = \log_{\sqrt[3]{7}}(7)^3 = \log_{\sqrt[3]{7}}(\sqrt[3]{7})^9$
 $= 9 \log_{\sqrt[3]{7}}(\sqrt[3]{7}) = 9$ [$\because \log_{\sqrt[3]{7}} \sqrt[3]{7} = 1$]

প্রশ্ন 4 2 নিধানের সাপেক্ষে 0.0625-এর লগারিদম কত?

(A) -4 (B) -2 (C) 0.25 (D) 0.5

[RRB, Allahabad 2009]

সমাধান: $\log_2(0.0625) = \log_2\left(\frac{625}{10000}\right) = \log_2\left(\frac{1}{16}\right)$
 $= \log_2(2^{-4}) = -4 \log_2 2$
 $= -4$ [সূত্র 10 থেকে] [উত্তর (A)]

প্রশ্ন 5 $2\sqrt{2}$ নিধানের সাপেক্ষে $\frac{1}{256}$ -এর লগারিদম কত?

সমাধান: $\log_{2\sqrt{2}}\left(\frac{1}{256}\right) = \log_{2\sqrt{2}}(256)^{-1}$
 $= -\log_{(2^{3/2})}(2^8) = -\frac{8}{3/2} \log_2 2$
[সূত্র 11 থেকে]
 $= -\frac{16}{3} \times 1 = -\frac{16}{3}$

প্রশ্ন 6 কোন্ নিধানের সাপেক্ষে 4096-এর লগারিদম 6 হবে?

সমাধান: নিধান x হলে, $\log_x(4096) = 6$

বা, $x^6 = 4096$ বা, $x^6 = (4)^6$ বা, $x = 4$

প্রশ্ন 7 কোন্ নিধানের সাপেক্ষে 0.0625-এর লগারিদম -4?

সমাধান: নিধান x হলে, $\log_x(0.0625) = -4$

বা, $x^{-4} = 0.0625$ বা, $x^{-4} = \frac{625}{10000} = \frac{1}{16} = 2^{-4}$

\therefore নিধান $x = 2$

প্রশ্ন 8 কোন্ সংখ্যার $2\sqrt{3}$ নিধানের সাপেক্ষে লগারিদম 6?

সমাধান: সংখ্যাটি x হলে, $\log_{2\sqrt{3}} x = 6$

বা, $x = (2\sqrt{3})^6 = 2^6 \cdot 3^3 = 1728$

\therefore সংখ্যাটি = 1728

প্রশ্ন 9 $\log_2 64 = ?$

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

[RRB, Malda 2007]

সমাধান: $\log_2 64 = \log_2(2^6) = 6 \log_2 2 = 6 \times 1$

[$\because \log_a a = 1$]

= 6

[উত্তর (C)]

প্রশ্ন 10 $\log_{10}(0.0001) = ?$

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $-\frac{1}{4}$ (C) -4 (D) 4

[RRB, Allahabad 2009]

সমাধান: $\log_{10}(0.0001) = \log_{10}\left(\frac{1}{10000}\right)$

$= \log_{10}(10^{-4}) = -4 \log_{10} 10$

$= -4 \times 1 = -4$ [উত্তর (C)]



প্রশ্ন 11 $\log_2 \log_2 \log_2 16 = ?$

সমাধান: $\log_2 \log_2 \log_2(2^4) = \log_2 \log_2(4 \log_2 2)$
 $= \log_2 \log_2(4 \times 1) \quad [\because \log_2 2 = 1]$
 $= \log_2 \log_2(2^2) = \log_2(2 \log_2 2)$
 $= \log_2(2 \times 1) = \log_2 2 = 1 \quad [\because \log_2 2 = 1]$

প্রশ্ন 12 $\log_2 \log_2 \log_3 81 = ?$

সমাধান: $\log_2 \log_2 \log_3 81 = \log_2 \log_2 \log_3(3^4)$
 $= \log_2 \log_2(4 \log_3 3) = \log_2 \log_2(4 \times 1)$
 $[\because \log_3 3 = 1]$
 $= \log_2 \log_2(2^2) = \log_2(2 \log_2 2)$
 $= \log_2 2 = 1 \quad [\because \log_2 2 = 1]$

প্রশ্ন 13 $\log_4 \log_3 \log_2 8 = ?$

সমাধান: $\log_4 \log_3 \log_2(2^3) = \log_4 \log_3(3 \log_2 2)$
 $= \log_4 \log_3(3 \times 1) = \log_4(\log_3 3)$
 $= \log_4(1) = 0 \quad [\because \log_a 1 = 0]$

প্রশ্ন 14 $\log_4 3 \times \log_{243} 64 = ?$

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$
 [WBCS (Main) 2021]

সমাধান: $\log_4 3 \times \log_{243} 64 = \log_4 3 \times \log_{(3^5)}(4^3)$
 $= \log_4 3 \times \frac{3}{5} \log_3 4 \quad [\text{সূত্র 11 থেকে}]$
 $= \frac{3}{5} \times \log_4 3 \times \log_3 4 = \frac{3}{5} \times 1 \quad [\text{সূত্র 6 থেকে}]$
 $= \frac{3}{5} \quad [\text{উত্তর (A)}]$

প্রশ্ন 15 $\log_3 \log_2 \log_{\sqrt{3}} 81 = ?$

সমাধান: $\log_3 \log_2 \log_{\sqrt{3}}(\sqrt{3})^8$
 $= \log_3 \log_2(8 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3}) = \log_3 \log_2(2^3)$
 $[\because \log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} = 1]$
 $= \log_3(3 \log_2 2) = \log_3 3 = 1$
 $[\because \log_a a = 1]$

প্রশ্ন 16 $\log\left(\frac{a}{b}\right) + \log\left(\frac{b}{c}\right) + \log\left(\frac{c}{a}\right) = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা $= \log a - \log b + \log b - \log c$
 $+ \log c - \log a$
 $= 0 \quad [\text{সূত্র 2 থেকে}]$

প্রশ্ন 17 $\log_{10000} x = -\frac{1}{4}$ হলে, x -এর মান কত?

(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{100}$
 (C) $\frac{1}{1000}$ (D) $\frac{1}{10000}$ [RRB, Allahabad 2009]

সমাধান: $\log_{10000} x = -\frac{1}{4}$

বা, $x = (10000)^{-1/4} = (10^4)^{-1/4} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$ [উত্তর (A)]

প্রশ্ন 18 $\log_3 x = -2$ হলে, x -এর মান কত?

(A) -9 (B) -6
 (C) -8 (D) $\frac{1}{9}$ [RRB, Allahabad 2009]

সমাধান: $\log_3 x = -2$ বা, $x = (3)^{-2} = \frac{1}{9}$ [উত্তর (D)]

প্রশ্ন 19 $\log_2 3 = a$ হলে, $\log_8 27 = ?$

সমাধান: $\log_8 27 = \log_{2^3}(3^3) = \frac{3}{3} \log_2 3 = a$
 [সূত্র 11 থেকে]

প্রশ্ন 20 $\log\left(\frac{b^n}{c^n}\right) + \log\left(\frac{c^n}{a^n}\right) + \log\left(\frac{a^n}{b^n}\right) = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা $= \log(b^n) - \log(c^n)$
 $+ \log(c^n) - \log(a^n)$
 $+ \log(a^n) - \log(b^n)$
 $= 0$

প্রশ্ন 21 $\log_b a^2 \times \log_c b^3 \times \log_a c^4 = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা $= (2 \log_b a) \times (3 \log_c b)$
 $\times (4 \log_a c) \quad [\text{সূত্র 3 থেকে}]$
 $= 24 \times \log_b a \times \log_c b \times \log_a c$
 $= 24 \times \log_c a \times \log_a c$
 [সূত্র 5 থেকে]
 $= 24 \times 1 = 24 \quad [\text{সূত্র 6 থেকে}]$

প্রশ্ন 22 $\log_{b^3} a \times \log_{c^3} b \times \log_{a^3} c = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা $= \frac{\log a}{\log b^3} \times \frac{\log b}{\log c^3} \times \frac{\log c}{\log a^3}$
 $= \frac{\log a}{3 \log b} \times \frac{\log b}{3 \log c} \times \frac{\log c}{3 \log a}$
 $= \frac{1}{27}$



প্রশ্ন 23 $\log_{1/b}(a) \times \log_{1/c}(b) \times \log_{1/a}(c) = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা = $\log_{b^{-1}}a \times \log_{c^{-1}}b$
 $\times \log_{a^{-1}}c$
 $= (-\log_b a) \times (-\log_c b) \times (-\log_a c)$
 $= -\log_b a \times \log_c b \times \log_a c - \log_c a \times \log_a c$
 $[\because \log_b a \times \log_c b = \log_c a]$
 $= -1$ [সূত্র 6 থেকে]

প্রশ্ন 24 $\log_4 5 \times \log_5 6 \times \log_6 7 \times \log_7 8 \times \log_8 9 = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা = $\log_4 6 \times \log_6 7 \times \log_7 8$
 $\times \log_8 9$
 $= \log_4 7 \times \log_7 8 \times \log_8 9$
 $[\because \log_b a \times \log_c b = \log_c a]$
 $= \log_4 8 \times \log_8 9 = \log_4 9 = \log_{2^2}(3^2)$
 $= \frac{2}{2} \cdot \log_2 3 = \log_2 3$ [সূত্র 11 থেকে]

প্রশ্ন 25 $\log_{\sqrt{27}} b = 3\frac{1}{3}$ হলে, $b = ?$

সমাধান: $b = (\sqrt{27})^{10/3} = (27^{1/2})^{10/3} = (3^{3/2})^{10/3}$
 $= 3^5 = 243$

প্রশ্ন 26 $\log_2 10 - \log_8 125 = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা = $\log_2 10 - \log_{(2^3)}(5^3)$
 $= \log_2(2 \times 5) - \frac{3}{3} \log_2 5$
 $= \log_2 2 + \log_2 5 - \log_2 5 = \log_2 2 = 1$
[সূত্র 11 থেকে]

প্রশ্ন 27 $\log(1 + 2 + 3) - (\log 1 + \log 2 + \log 3) = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা = $\log(1 + 2 + 3)$
 $-(\log 1 + \log 2 + \log 3)$
 $= \log 6 - \log(1 \times 2 \times 3)$
 $= \log 6 - \log 6 = 0$ [সূত্র 1 থেকে]

প্রশ্ন 28 $\log(1 + 3 + 5 + 7) - 4\log 2 = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা = $\log 16 - 4\log 2$
 $= \log(2^4) - 4\log 2 = 4\log 2 - 4\log 2$
 $= 0$ [সূত্র 3 থেকে]

প্রশ্ন 29 $\log_{10} 2 = 0.3010$ হলে, $\log_2 10 = ?$

- (A) 3.3223
(C) 0.3322

- (B) 5
(D) 3.2320

[RRB, Allahabad ASM 2002]

সমাধান: $\log_2 10 = \frac{1}{\log_{10} 2} [\because \log_a m = \frac{1}{\log_m a}]$
 $= \frac{1}{0.3010} = 3.3223$ [উত্তর (A)]

প্রশ্ন 30 $\log 2 = 0.3010$ হলে, $\log 5 = ?$

- (A) 0.3010
(C) 0.7525

- (B) 0.6990
(D) কোনোটিই নয়

[SSC CGL Exam 2000]

সমাধান: $\log 5 = \log\left(\frac{10}{2}\right) = \log 10 - \log 2$
 $= 1 - 0.3010 = 0.6990$ [উত্তর (B)]

প্রশ্ন 31 $\log_{\sqrt{2}} x = a$ হলে, $\log_{2\sqrt{2}} x = ?$

সমাধান: $\log_{2\sqrt{2}} x = \log_{(\sqrt{2})^3} x [\because (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}]$
 $= \frac{1}{3} \log_{\sqrt{2}} x = \frac{1}{3} \cdot a = \frac{a}{3}$

প্রশ্ন 32 $\log_a(ab) = x$ হলে, $\log_b(ab) = ?$

সমাধান: $\log_a a + \log_a b = x$ [সূত্র 1 থেকে]

বা, $\log_a b = x - 1$

এখন, $\log_b(ab) = \log_b a + \log_b b$ [সূত্র 1 থেকে]

$= \frac{1}{x-1} + 1$ [$\because \log_a b = x - 1$ এবং সূত্র 4 থেকে

$\log_a m = \frac{1}{\log_m a}$]

$= \frac{x}{x-1}$

প্রশ্ন 33 $\log_2 \sqrt{\frac{1}{2}} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}} + \log_2 \sqrt{\frac{3}{4}} = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা = $\log_2 \left[\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{3}{4}} \right]$
 $= \log_2 \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}} = \log_2 \sqrt{\frac{1}{4}}$
 $= \log_2(2^{-1}) = -\log_2 2 = -1$

প্রশ্ন 34 $\log(x+4) = \log x + \log 4$ হলে, $x = ?$

সমাধান: $\log(x+4) = \log x + \log 4$

বা, $\log(x+4) = \log(x \times 4)$ [সূত্র 1 থেকে]

বা, $x+4 = 4x$ বা, $3x = 4$ বা, $x = \frac{4}{3}$



প্রশ্ন 35 $\log_2 \log_2 \log_2 x = 1$ হলে, $x = ?$

সমাধান: $\log_2[\log_2(\log_2 x)] = 1$

বা, $\log_2(\log_2 x) = 2^1 = 2$ [$\because \log_a x = b$ হলে, $x = a^b$]

বা, $\log_2 x = 2^2 = 4$ বা, $x = 2^4 = 16$

প্রশ্ন 36 $\log_3 \log_2 \log_3 x = 0$ হলে, $x = ?$

সমাধান: $\log_3[\log_2(\log_3 x)] = 0$

বা, $\log_2(\log_3 x) = 3^0 = 1$ [$\because \log_a x = b$ হলে, $x = a^b$]

বা, $\log_3 x = 2^1 = 2$ বা, $x = 3^2 = 9$

প্রশ্ন 37 $\log_8 x + \log_4 x + \log_2 x = 11$ হলে, $x = ?$

সমাধান: $\log_{(2^3)} x + \log_{(2^2)} x + \log_2 x = 11$

বা, $\frac{1}{3} \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x + \log_2 x = 11$

বা, $(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1)(\log_2 x) = 11$

বা, $\log_2 x = 11 \times \frac{6}{11} = 6$ বা, $x = 2^6 = 64$

প্রশ্ন 38 $\log x = \log 5 + 2 \log 3 - \frac{1}{2} \log 25$ হলে, $x = ?$

সমাধান: $\log x = \log 5 + \log(3)^2 - \log(25)^{1/2}$

বা, $\log x = \log 5 + \log 9 - \log 5$ বা, $\log x = \log 9$

বা, $x = 9$

প্রশ্ন 39 $\log_{10}(x^2 - 6x + 45) = 2$ হলে, x এর মানগুলি কী কী?

(A) 10, 5

(B) 11, -5

(C) 6, 9

(D) 9, -5

[RRB, Allahabad 2002]

সমাধান: $\log_{10}(x^2 - 6x + 45) = 2$

বা, $x^2 - 6x + 45 = 10^2$ বা, $x^2 - 6x - 55 = 0$

বা, $(x+5)(x-11) = 0$ বা, $x = -5, 11$ [উত্তর (B)]

প্রশ্ন 40 $3 \log 10 + 3 \log\left(\frac{3}{5}\right) - \log(54) = ?$

সমাধান: প্রদত্ত সংখ্যামালা = $3 \log(2 \times 5) + 3 \log\left(\frac{3}{5}\right)$

$-\log(3^3 \cdot 2)$

$= 3[\log 2 + \log 5] + 3[\log 3 - \log 5]$

$-[\log 3^3 + \log 2]$ [সূত্র 1 ও 2 থেকে]

$= 3 \log 2 + 3 \log 5 + 3 \log 3 - 3 \log 5$

$-3 \log 3 - \log 2$

$= 2 \log 2 = \log 2^2 = \log 4$

প্রশ্ন 41 $a^{\log_a x} = 36^{\log_6 5}$ হলে, $x = ?$

সমাধান: $a^{\log_a x} = (6^2)^{\log_6 5}$

বা, $x = (6)^{2 \log_6 5}$ [$\because a^{\log_a x} = x$]

বা, $x = (6)^{\log_6(5^2)} = (6)^{\log_6 25} = 25$

প্রশ্ন 42 $\log_5 \sqrt{5 \sqrt{5 \sqrt{5 \dots \infty}}} = ?$

সমাধান: ধরা যাক, $\log_5 \sqrt{5 \sqrt{5 \sqrt{5 \dots \infty}}} = x$

$\therefore \sqrt{5 \sqrt{5 \sqrt{5 \dots \infty}}} = 5^x$

বা, $5 \sqrt{5 \sqrt{5 \sqrt{5 \dots \infty}}} = (5^x)^2$ [বর্গ করে]

বা, $5 \cdot 5^x = 5^{2x}$ [$\because \sqrt{5 \sqrt{5 \sqrt{5 \dots \infty}}} = 5^x$]

বা, $5^{1+x} = 5^{2x}$ বা, $1+x = 2x$ বা, $x = 1$

$\therefore \log_5 \sqrt{5 \sqrt{5 \sqrt{5 \dots \infty}}} = 1$

প্রশ্ন 43 $\log_2 \log_2 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \dots \infty}}} = ?$

সমাধান: ধরা যাক, $\sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \dots \infty}}} = x$

বা, $2 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \dots \infty}}} = x^2$ [বর্গ করে]

বা, $2x = x^2$ বা, $x = 2$ [$\because x \neq 0$]

অর্থাৎ $\sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \dots \infty}}} = 2$

$\therefore \log_2 \log_2 \sqrt{2 \sqrt{2 \sqrt{2 \dots \infty}}} =$

$= \log_2(\log_2 2) = \log_2 1 = 0$

প্রশ্ন 44 $\log\left(\frac{x+y}{7}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ হলে, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = ?$

সমাধান: $\log\left(\frac{x+y}{7}\right) = \frac{1}{2} \log(xy)$

বা, $\log\left(\frac{x+y}{7}\right) = \log(xy)^{1/2}$ [সূত্র 3 থেকে]

বা, $\frac{x+y}{7} = (xy)^{1/2}$ বা, $(x+y)^2 = 49xy$

বা, $x^2 + 2xy + y^2 = 49xy$ বা, $x^2 + y^2 = 47xy$

বা, $\frac{x^2 + y^2}{xy} = 47$ বা, $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 47$

প্রশ্ন 45 $\log_a x = m$, $\log_b x = n$ হলে, $\log_{ab} x = ?$

সমাধান: $\log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab}$ [সূত্র 4 থেকে]

$= \frac{1}{\log_x a + \log_x b}$ [সূত্র 1 থেকে]



$$= \frac{1}{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}} \left[\because \log_a x = m \text{ বা, } \log_x a = \frac{1}{m} \right.$$

$$\left. \text{এবং } \log_b x = n \text{ বা, } \log_x b = \frac{1}{n} \right]$$

$$= \frac{mn}{m+n}$$

প্রশ্ন 46 সরল করো: $\log \frac{75}{16} - 2\log \frac{5}{9} + \log \frac{32}{243}$

(A) $\log 2$

(B) $2\log 2$

(C) $\log 3$

(D) $\log 5$

[SSC CGL Exam 2000]

সমাধান: $\log \frac{75}{16} - 2\log \frac{5}{9} + \log \frac{32}{243}$

$$= \log \left(\frac{75}{16} \right) - \log \left(\frac{25}{81} \right) + \log \left(\frac{32}{243} \right)$$

$$= \log \left(\frac{75}{16} \div \frac{25}{81} \right) + \log \left(\frac{32}{243} \right) \quad [\text{সূত্র 2 থেকে}]$$

$$= \log \left(\frac{75}{16} \times \frac{81}{25} \right) + \log \left(\frac{32}{243} \right)$$

$$= \log \left(\frac{75}{16} \times \frac{81}{25} \times \frac{32}{243} \right) = \log 2 \quad [\text{উত্তর (A)}]$$

প্রশ্ন 47 $\frac{1}{2} \log_{10}(7 + 4\sqrt{3}) = \log_{10}(\sqrt{3} + x)$ হলে,

$x = ?$

সমাধান: $\frac{1}{2} \log_{10}(2 + \sqrt{3})^2 = \log_{10}(\sqrt{3} + x)$

বা, $\frac{1}{2} \cdot 2 \log_{10}(2 + \sqrt{3}) = \log_{10}(\sqrt{3} + x)$ [সূত্র 3 থেকে]

বা, $\log_{10}(2 + \sqrt{3}) = \log_{10}(\sqrt{3} + x)$

বা, $2 + \sqrt{3} = \sqrt{3} + x$

বা, $x = 2$

প্রশ্ন 48 $\log_{10} 3 = 0.4771$ হলে, 3^{30} -এর অঙ্ক-সংখ্যা

কত?

(A) 13

(B) 14

(C) 15

(D) 16

সমাধান: $\log(3^{30}) = 30 \log 3 = 30 \times 0.47713$
 $= 14.313$

$\therefore 3^{30}$ -এর অঙ্ক-সংখ্যা = $14 + 1 = 15$ [অনুচ্ছেদ 3 থেকে]

[উত্তর (C)]

প্রশ্ন 49 $\log 2 = 0.3010$ হলে, 2^{64} -এর অঙ্ক-সংখ্যা

কত?

(A) 20

(B) 32

(C) 128

(D) 301

[CDS 2000]

সমাধান: $\log(2^{64}) = 64 \log 2 = 64 \times 0.3010$
 $= 19.264$

$\therefore 2^{64}$ -এর অঙ্ক-সংখ্যা = $19 + 1 = 20$ [অনুচ্ছেদ 3 থেকে]

[উত্তর (A)]

PRACTICE



PROBLEMS

1. $\sqrt{4}$ নিধানের সাপেক্ষে $\sqrt{256}$ -এর লগারিদম কত?

(A) 2 (B) 4 (C) 3 (D) 5

2. $\log_{\sqrt{3}} \sqrt{x} = 3$ হলে, $x = ?$

(A) 9 (B) 16 (C) 27 (D) 64

3. $\log_x 256 = 8$ হলে, $x = ?$

(A) 4 (B) 3 (C) 1 (D) 2

*4. $\log_x \sqrt[3]{2} = \frac{1}{15}$ হলে, $x = ?$

(A) 32 (B) 16 (C) 8 (D) 2

5. $\log_{0.001}(0.0001)$ -এর মান কত?

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{7}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

6. $\log_{10} \log_{10} \log_{10}(10^{10^{10}}) =$ কত?

(A) 0 (B) 1 (C) 10 (D) 100

[CDS 2001]

7. $\log_2 \log_3 \log_6 216 = ?$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

*8. $\log_2 \log_3 \sqrt{81} + \log_3 \log_2 \sqrt{64} = ?$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

9. $\log_{\frac{1}{2}} \log_3 \sqrt{x} = -1$ হলে, $x = ?$

(A) 3 (B) 81 (C) 27 (D) 9

*10. $\log_9 4 \times \log_{125} 27 \times \log_{16} 625 = ?$

(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

*11. $\log_3 2 = a$ হলে, $\log_8 27 + \log_{27} 8 = ?$

(A) $a + \frac{1}{a}$ (B) $2a$ (C) $a - \frac{1}{a}$ (D) $3a$

12. $\log \left(\frac{x^2}{y^2} \right) + \log \left(\frac{y^2}{z^2} \right) + \log \left(\frac{z^2}{x^2} \right) = ?$

(A) 3 (B) 0 (C) 1 (D) 2



13. $\log_{a^{1/3}} a \times \log_{b^{1/3}} b \times \log_{c^{1/3}} c = ?$

- (A) 125 (B) 27 (C) 3 (D) 81

14. $\log_3 2 \times \log_4 3 \times \log_5 4 \times \dots \times \log_{16} 15 = ?$

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) 2 (C) $\frac{1}{3}$ (D) -1

*15. $\log_{16} 8 + \log_8 16 = ?$

- (A) $\frac{23}{12}$ (B) $\frac{25}{12}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{7}{12}$

16. $\log_3 x = a$ হলে, $\log_{3\sqrt{3}} x = ?$

- (A) $\frac{2a}{3}$ (B) $\frac{a}{3}$ (C) $-\frac{a}{5}$ (D) $\frac{2a}{5}$

17. $\log(2+x) = \log 2 + \log x$ হলে $x = ?$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

18. $\frac{1}{2} \log_{10}(19 + 8\sqrt{3}) = \log_{10}(x + \sqrt{3})$ হলে

- $x = ?$
(A) 4 (B) 5 (C) 2 (D) 1

*19. $\log(a+4) = \log a + \log 4$ এবং

$\log(a+b+4) = \log a + \log b + \log 4$

হলে, $b = ?$

- (A) $\frac{16}{13}$ (B) $\frac{11}{13}$ (C) $\frac{12}{13}$ (D) $\frac{10}{13}$

*20. $2 \log x = \log(5x-6)$ হলে, $x = ?$

- (A) 2, 1 (B) 2, 3 (C) 3, 1 (D) 1, 4

*21. $2 \log_8 x = 1 + \log_8(x-2)$ হলে $x = ?$

- (A) 4 (B) 2 (C) -1 (D) 4

22. $\log_3 x + \log_9 x + \log_{27} x = 5.5$ হলে $x = ?$

- (A) 27 (B) 9 (C) 3 (D) 0

23. $2 \log x = \log 3 + 2 \log 2 - \frac{1}{2} \log 9$ হলে $x = ?$

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

24. $\log_3(x^2 - 3x + 11) = 2$ হলে, x -এর মান কত?

- (A) 1, 2 (B) 1, 3
(C) -1, -2 (D) -1, 3

25. $2^{\log_2 x} = 64^{\log_4 3}$ হলে, $x = ?$

- (A) 81 (B) 27 (C) 9 (D) 3

26. $\log_3 \log_3 \sqrt{3 \sqrt{3 \sqrt{3 \dots \infty}}}$ -এর মান কত?

- (A) -1 (B) -2 (C) 0 (D) 1

27. $\frac{1}{3} \log_{10} 125 - 2 \log_{10} 4 + \log_{10} 32 =$ কত?

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

28. $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x + \log_{16} x = \frac{25}{12}$ হলে,

$x = ?$

- (A) 2 (B) 1 (C) -2 (D) -1

29. $\log_{10} \frac{26}{51} + \log_{10} \frac{119}{91} - \log_{10} \frac{13}{32} - \log_{10} \frac{64}{39} =$

কত?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

30. $\log \frac{11}{5} + \log \frac{14}{3} - \log \frac{22}{15} =$ কত?

- (A) $\log 2$ (B) $\log 3$ (C) $\log 5$ (D) $\log 7$

31. $\log_{10}(x^2 - 6x + 10) = 0$ হলে, x -এর মান কত?

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

[CDS 2000]

*32. $\log_{10} x + \log_{10} 5 = 2$ হলে, $x =$ কত?

- (A) 25 (B) 20 (C) 15 (D) 100

*33. $\log_{10}(10 \times 10^2 \times 10^3 \times 10^4 \times \dots \times 10^9) =$ কত?

- (A) 10 (B) 20 (C) 45 (D) 55

[CDS 2000]

*34. যদি $\log_{10} x + \log_{10} y = 3$ এবং $\log_{10} x - \log_{10} y = 1$

হলে x ও y -এর মান কত?

- (A) 100, 10 (B) 10, 100
(C) 1000, 100 (D) 100, 1000 [CDS 2000]

*35. $2 \log(x+1) - \log(x^2 - 1) = \log 2$ হলে, $x =$ কত?

- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 3

*36. $\left[\frac{\log_a x}{\log_{ab} x} \right] =$ কত?

- (A) $\log_a b$ (B) $1 + \log_a b$
(C) $\log_b a$ (D) $1 + \log_b a$ [CDS 2000]

37. $\log 3 = 0.477$ হলে, 3^{56} -এর অঙ্ক-সংখ্যা কত?

- (A) 28 (B) 27 (C) 26 (D) 25

[CDS 2001]

38. $\log 2 = 0.3010$ হলে, 2^{100} -এর অঙ্ক-সংখ্যা কত?

- (A) 30 (B) 31 (C) 301 (D) 302

[CDS 2001]

39. $\log 2 = 0.30103$, $\log 3 = 0.47712$ হলে,

6^{20} -এর অঙ্ক-সংখ্যা কত?

- (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18

[CDS 2000]

[CDS 2001]



- | | | | | |
|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1. (A) ● (C) (D) | 9. (A) ● (C) (D) | 17. (A) ● (C) (D) | 25. (A) ● (C) (D) | 33. (A) (B) ● (D) |
| 2. (A) (B) ● (D) | 10. ● (B) (C) (D) | 18. ● (B) (C) (D) | 26. (A) (B) ● (D) | 34. ● (B) (C) (D) |
| 3. (A) (B) (C) ● | 11. ● (B) (C) (D) | 19. ● (B) (C) (D) | 27. (A) (C) ● (D) | 35. (A) (B) (C) ● |
| 4. ● (B) (C) (D) | 12. (A) ● (C) (D) | 20. (A) ● (C) (D) | 28. ● (B) (C) (D) | 36. (A) ● (C) (D) |
| 5. (A) (B) ● (D) | 13. (A) ● (C) (D) | 21. ● (B) (C) (D) | 29. ● (B) (C) (D) | 37. (A) ● (C) (D) |
| 6. (A) ● (C) (D) | 14. ● (B) (C) (D) | 22. ● (B) (C) (D) | 30. (A) (B) (C) ● | 38. (A) ● (C) (D) |
| 7. ● (B) (C) (D) | 15. (A) ● (C) (D) | 23. (A) ● (C) (D) | 31. (A) (B) ● (D) | 39. (A) ● (C) (D) |
| 8. (A) ● (C) (D) | 16. ● (B) (C) (D) | 24. ● (B) (C) (D) | 32. (A) ● (C) (D) | |

সমাধান কৌশল

Practice problems-এর ক্রমিক সংখ্যা	অনুরূপ Solved problems/ অনুচ্ছেদ-এর ক্রমিক সংখ্যা
1	1-5
2	8
3, 4	6, 7
5	10
6, 7	11, 12
9	35, 36
12	16, 20
13	22, 23

Practice problems-এর ক্রমিক সংখ্যা	অনুরূপ Solved problems/ অনুচ্ছেদ-এর ক্রমিক সংখ্যা
14	24
16	31
17	34
18	47
22	37
23	38
24	39
25	41

Practice problems-এর ক্রমিক সংখ্যা	অনুরূপ Solved problems/ অনুচ্ছেদ-এর ক্রমিক সংখ্যা
26	43
27	40, 46
28	37
29, 30	40, 46
31	39
37, 38, 39	48, 49

* চিহ্নিত অঙ্কগুলির সমাধান-সংকেত

4. $\sqrt[3]{2} = x^{1/15}$ বা, $2^{1/3} = x^{1/15}$
 বা, $x = (2^{1/3})^{15} = 2^5 = 32$

8. $\log_2 \log_3 9 + \log_3 \log_2 8 = \log_2 (2 \log_3 3) + \log_3 (3 \log_2 2)$
 $= \log_2 2 + \log_3 3 = 1 + 1 = 2$

10. $\log_{(3)} 2 (2)^2 \times \log_{(5)} 3 (3^3) \times \log_{(2)} 4 (5^4)$
 $= \frac{2}{2} \log_3 2 \times \frac{3}{3} \log_5 3 \times \frac{4}{4} \log_2 5$
 $= \log_3 2 \times \log_5 3 \times \log_2 5 = \log_5 2 \times \log_2 5 = 1$

11. $\log_8 27 + \log_{27} 8 = \log_{(2^3)} (3^3) + \log_{(3^3)} (2^3)$
 $= \frac{3}{3} \log_2 3 + \frac{3}{3} \log_3 2 = a + \frac{1}{a}$

15. প্রদত্ত সংখ্যামালা $= \log_{(2^4)} (2^3) + \log_{(2^3)} (2^4)$
 $= \frac{3}{4} \log_2 2 + \frac{4}{3} \log_2 2 = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{25}{12}$

19. $a + 4 = 4a$

সুতরাং, $a = \frac{4}{3}$ এবং $a + b + 4 = 4ab$

বা, $\frac{4}{3} + b + 4 = 4 \cdot \frac{4}{3} \cdot b$ বা, $b = \frac{16}{13}$

20. $\log(x^2) = \log(5x - 6)$ বা, $x^2 = 5x - 6$
 বা, $(x - 2)(x - 3) = 0$ বা, $x = 2, 3$

21. $\log_8(x^2) = \log_8 8 + \log_8(x - 2)$
 বা, $\log_8(x^2) = \log_8 8(x - 2)$ বা, $x^2 = 8(x - 2)$
 বা, $(x - 4)^2 = 0$ বা, $x = 4$

32. $\log_{10} x + \log_{10} 5 = 2$ বা, $\log_{10} x \cdot 5 = 2$
 বা, $5x = 10^2$ বা, $x = \frac{100}{5} = 20$

33. প্রদত্ত সংখ্যামালা $= \log_{10} (10^{1+2+3+4+\dots+9})$
 $= \log_{10} (10^{45}) = 45 \log_{10} 10 = 45$

34. প্রদত্ত সমীকরণ দুটি সমাধান করলে পাওয়া যায়,
 $\log_{10} x = 2$ এবং $\log_{10} y = 1$
 অর্থাৎ $x = 10^2 = 100$ এবং $y = 10^1 = 10$

35. $2 \log(x + 1) - \log(x^2 - 1) = \log 2$
 বা, $\log \frac{(x + 1)^2}{(x^2 - 1)} = \log 2$ বা, $\frac{x + 1}{x - 1} = 2$ বা, $x = 3$

36. $\frac{\log_a x}{\log_{ab} x} = \frac{\log_x ab}{\log_x a} = \frac{\log_x a + \log_x b}{\log_x a}$
 $= 1 + \frac{\log_x b}{\log_x a} = 1 + \log_a b$